

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,
Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Направление подготовки:	01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Профиль:	«Прикладная информатика»
Квалификация (степень) выпускника:	бакалавр
Форма обучения:	очная

2021 г.

Фонд оценочных средств составлен в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика».

Фонд оценочных средств составил:

_____ А.В. Буробин, доцент кафедры ВМ, к.ф.-м.н., доцент

Фонд оценочных средств рассмотрен на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем

_____ С.О. Старков

« ____ » _____ 2021 г.

Руководитель образовательной программы
01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

_____ С.В. Ермаков

« ____ » _____ 2021 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «**Дифференциальные уравнения**» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «**Дифференциальные уравнения**» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данного курса;
- контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данного курса;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

1.1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП Содержание компетенций*	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-1	<i>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</i>	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ОПК-3	<i>Способность осуществлять целенаправленный поиск в сети Интернет и других источниках информации о современных программных средствах, относящихся к предмету исследований</i>	Знать: Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ООП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Место дисциплины и соответствующий этап формирования компетенций в целостном процессе подготовки по образовательной программе можно определить по матрице компетенций, которая приводится в Приложении.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см.п. 4 рабочей программы дисциплины).

1.3. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее	Наименование оценочного средства
Текущий контроль, 3 семестр			
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №1
2.	Уравнения первого порядка.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №1, ИДЗ
3.	Уравнения порядка выше первого.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №2, ИДЗ
4.	Системы дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Контрольная работа №2, ИДЗ
5.	Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	ИДЗ
6.	Устойчивость решений дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	ИДЗ
7.	Уравнения с частными производными первого порядка.	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	ИДЗ
Промежуточный контроль, 3 семестр			
	Экзамен	ОПК-1, ОПК-3 (знать, уметь, владеть)	Экзаменационный билет.
Всего:			

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно/ Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	Высокий	высокий
	<i>Продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>Высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>Пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>Высокий</i>	<i>пороговый</i>
	Продвинутый	продвинутый
	<i>Продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>Пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	Пороговый	пороговый
ниже порогового	Пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Вид контроля	Этап рейтинговой системы/ Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1		
	Контрольная работа № 1	13	20
	...		
	Контрольная точка № 2		
	Контрольная работа № 2	13	20
	Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)	9	15
	Бонус (активность, посещение, выполнение домашних заданий)	0	5
Промежуточный	Экзамен	25	40
	Экзаменационный билет		
	...		
ИТОГО по дисциплине		60	100

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

Экзаменационные билеты

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление подготовки	<u>01.03.02 «Прикладная математика и информатика»</u>
Профиль	<u>«Прикладная информатика»</u>
Дисциплина	<u>Дифференциальные уравнения</u>

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Их геометрическая интерпретация.
2. Решение неоднородных краевых задач. Функция Грина, ее свойства.
3. Решить уравнение

$$y'^2 - 2y' = y - x - 1.$$

4. Найти точки покоя системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x^2 - y^2, \\ \dot{y} = 2xy \end{cases}$$

и исследовать их на устойчивость.

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Определитель Вронского для системы векторных функций. Теорема об общем решении однородной линейной системы. Фундаментальная система решений.
3. Решить уравнение

$$x(x+1)y' + y^3 = xy.$$

4. Решить задачу Коши

$$y'' + y' - 2y = x^2 + 1,$$

$$\begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(0) = -1. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
2. Однородные краевые задачи. Собственные значения и собственные функции, их свойства.
3. Решить уравнение

$$(x + y + 2)dx - (2x + 2y - 2)dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$yz \frac{\partial u}{\partial x} + (1 + x)z \frac{\partial u}{\partial y} + xy \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Линейные уравнения первого порядка.
2. Теорема об общем решении неоднородной линейной системы.
3. Решить уравнение

$$y^2(dx - dy) = (x + y)xdy.$$

4. Решить краевую задачу

$$y'' + 3y' + 2y = 2 - e^{-x},$$

$$\begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(1) = 1. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка, доказательство существования).

2. Метод вариации произвольных постоянных для систем уравнений. Матрица Коши.

3. Решить уравнение

$$(y^2 + \sin x)dx - (e^y - 2xy)dy = 0.$$

4. Решить задачу Коши

$$y'' + y' - 2y = x^2 + 1,$$

$$\begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(0) = -1. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.
2. Постановка краевых задач.
3. Решить уравнение

$$y' = \operatorname{ctg}(y - 2x).$$

4. Решить систему

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = -x + 2y + 2e^{2t}. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения порядка выше первого.
2. Простейшие типы точек покоя на плоскости (случай простых вещественных корней характеристического уравнения).
3. Решить уравнение

$$xy' = 2\sqrt{y} \cos x - 2y.$$

4. Решить систему

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - 3y - 3z, \\ \dot{y} = 3x + 5y + z, \\ \dot{z} = -x - y + z. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Линейные уравнения порядка n . Общие свойства линейных уравнений.
2. Решение квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка. Задача Коши.
3. Решить уравнение

$$y' = \sqrt[3]{2x - y} + 2.$$

4. Построить функцию Грина для краевой задачи

$$y'' + 2y' + y = f(x),$$

$$\begin{cases} y'(0) = 0, \\ y(2) = 0. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Определитель Вронского. Теорема о линейно зависимых функциях.
2. Простейшие типы точек покоя на плоскости (случай кратных корней характеристического уравнения).
3. Решить уравнение

$$y' = y - xy^3.$$

4. Решить задачу на собственные значения

$$-y'' + 2y = \lambda y,$$

$$\begin{cases} y'(0) = 0, \\ y(\pi) = 0. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1. Теорема о линейно независимых решениях однородного линейного уравнения порядка n . Фундаментальная система решений.

2. Понятие устойчивости (по Ляпунову). Асимптотическая устойчивость. Точки покоя.

3. Решить уравнение

$$(2x - \ln(y + 1))dx - \frac{x + y}{y + 1}dy = 0.$$

4. Решить систему

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y + 1, \\ \dot{y} = -x + y - \sin t. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

1. Теорема об общем решении однородного линейного уравнения порядка n .
2. Исследование на устойчивость по первому приближению.
3. Решить уравнение

$$(x + y - 3)dx - (x - 2)dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$y''(y' + 2y) = y'^2.$$

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

1. Решение однородных линейных уравнений порядка n с постоянными коэффициентами.

2. Линейные системы. Общие свойства линейных систем.

3. Решить уравнение

$$y' = (2x + y - 1)^2.$$

4. Решить уравнение

$$y'' + 4y' - 5y = e^x + 10x.$$

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

1. Формула Остроградского-Лиувилля.
2. Решение однородных линейных систем с постоянными коэффициентами.
3. Решить уравнение

$$y = (xy' + 2y)^2.$$

4. Решить уравнение

$$(y - x) \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = e^y.$$

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

1. Теорема об общем решении неоднородного линейного уравнения порядка n .
2. Нормальные системы. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы. Фазовое пространство. Фазовые траектории.
3. Решить уравнение

$$\frac{dy}{y} = \left(\frac{1}{x} - 2y \right) dx.$$

4. Построить функцию Грина для краевой задачи

$$y'' - 6y' + 9y = f(x),$$

$$\begin{cases} y'(0) = 0, \\ y'(1) = 0. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15

1. Метод вариации произвольных постоянных для линейных уравнений порядка n .
Функция Коши.
2. Простейшие типы точек покоя на плоскости (случай комплексных корней характеристического уравнения).
3. Решить уравнение

$$(2x^2 + y^2 + 1)ydy + (x^2 + 2y^2 - 1)xdx = 0.$$

4. Решить систему

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 5y + 6z, \\ \dot{y} = -5x - 7y - 9z, \\ \dot{z} = 2x + 3y + 4z. \end{cases}$$

Составитель

А.В. Буробин

« »

20 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
подготовки
Профиль «Прикладная информатика»
Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

1. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка, доказательство единственности, следствия). Особые точки. Особые решения.

2. Решение линейных уравнений с частными производными первого порядка.

3. Решить уравнение

$$(x^2y + x)y' = 1.$$

4. Найти точки покоя системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y - xy, \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$$

и исследовать их на устойчивость.

Составитель

А.В. Буробин

< >

20 г.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: <ul style="list-style-type: none">- продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала;- исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал;- четко формулировать определения и теоремы; проводить доказательство теорем;- продемонстрировать умение оптимального выбора метода решения задачи;- правильно решить обе задачи из билета;- уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: <ul style="list-style-type: none">- продемонстрировать достаточно полное знание программного материала;- продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал;- правильно решить обе задачи из билета;- уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 25-29	Студент должен: <ul style="list-style-type: none">- продемонстрировать общее знание изучаемого материала;- показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;- уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;- правильно решить хотя бы одну из задач билета;- знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 24 и меньше	Студент: <ul style="list-style-type: none">- не знает значительной части программного материала;- не владеет понятийным аппаратом дисциплины;- делает существенные ошибки при изложении учебного материала;- не решил ни одной задачи;- не умеет строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;- не умеет делать правильные выводы по излагаемому материалу.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Направление подготовки	<u>01.03.02 «Прикладная математика и информатика»</u>
Профиль	<u>«Прикладная информатика»</u>
Дисциплина	<u>Дифференциальные уравнения</u>

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Их геометрическая интерпретация.
2. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
4. Линейные уравнения первого порядка.
5. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка, доказательство существования). решения.
6. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной (формулировка, доказательство единственности, следствия). Особые точки. Особые решения.
7. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.
8. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения порядка выше первого.
9. Линейные уравнения порядка n . Общие свойства линейных уравнений.
10. Определитель Вронского. Теорема о линейно зависимых функциях.
11. Теорема о линейно независимых решениях однородного линейного уравнения порядка n . Фундаментальная система решений.
12. Теорема об общем решении однородного линейного уравнения порядка n .
13. Решение однородных линейных уравнений порядка n с постоянными коэффициентами.
14. Формула Остроградского-Лиувилля.
15. Теорема об общем решении неоднородного линейного уравнения порядка n .
16. Метод вариации произвольных постоянных для линейных уравнений порядка n . Функция Коши.

17. Постановка краевых задач.
18. Решение неоднородных краевых задач. Функция Грина, ее свойства.
19. Однородные краевые задачи. Собственные значения и собственные функции, их свойства.
20. Нормальные системы. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы. Фазовое пространство. Фазовые траектории.
21. Линейные системы. Общие свойства линейных систем.
22. Определитель Вронского для системы векторных функций. Теорема об общем решении однородной линейной системы. Фундаментальная система решений.
23. Решение однородных линейных систем с постоянными коэффициентами.
24. Теорема об общем решении неоднородной линейной системы.
25. Метод вариации произвольных постоянных для систем уравнений. Матрица Коши.
26. Понятие устойчивости (по Ляпунову). Асимптотическая устойчивость. Точки покоя.
27. Простейшие типы точек покоя на плоскости (случай простых вещественных корней характеристического уравнения).
28. Простейшие типы точек покоя на плоскости (случай комплексных корней характеристического уравнения).
29. Простейшие типы точек покоя на плоскости (случай кратных корней характеристического уравнения).
30. Исследование на устойчивость по первому приближению.
31. Решение линейных уравнений с частными производными первого порядка.
32. Решение квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка. Задача Коши.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Комплект заданий для контрольных работ
по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Контрольная работа №1. Тема: «Уравнения первого порядка»

Вариант № 1

I. Является ли функция $y(x) = 2x + 3/2$ решением уравнения $y' = \sqrt{2y - 4x + 1}$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = -2\sqrt{y} \sin^2(\sqrt{y}) \ln(x + 2)$; (3 б)

2. $xy' + 2y = 4 \sin(2x)$; (3 б)

3. $(7xy^2 - 3y^2 + 5y)dx + (7x^2y - 6xy + 5x)dy = 0$; (3 б)

4. $x^2y' = y(x + y^2)$; (5 б)

5. $(2x + 3y + 4)dx + (4x + 6y - 5)dy = 0$. (5 б)

Вариант № 2

I. Является ли функция $y(x) = -2\sqrt{3}x + (\sqrt{3} - 1)/2$ решением уравнения $y' = \cos(4y - 8x + 2)$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = x(2 - y) \ln(y - 2) \operatorname{sh}(3x)$; (3 б)

2. $\cos(x)y' + 2 \sin(x)y = \operatorname{tg}(2x)$; (3 б)

3. $(3x^2y - 2y^3 - 5)dx + (x^3 - 6xy^2 - 2y^2)dy = 0$; (3 б)

4. $y' - e^x \sqrt[3]{y} = 3y$; (5 б)

5. $\sqrt{xy'} = \sqrt{y+x} - \sqrt{x}$. (5 б)

Вариант № 3

I. Является ли функция $y(x) = x + \pi/2 - 1$ решением уравнения $y' = \sin(y - x + 1)$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = -4x\sqrt{5 - 2y + y^2} \sin(x) \cos(x)$; (3 б)
2. $xy' - 2y = 4x^4 \sin(2x)$; (3 б)
3. $(9x^2y + 5y^3 + 4)dx + (3x^3 + 15xy^2 + 3y^2)dy = 0$; (3 б)
4. $(2^x y^2 + y)dx - xdy = 0$; (5 б)
5. $y'^2 + 2xy' = 2y$. (5 б)

Вариант № 4

I. Является ли функция $y(x) = 3\pi/8 + 1/2 - x$ решением уравнения $y' = \operatorname{ctg}(2x + 4y - 1)$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = -2x(y^2 - 2y + 5) \sin(x^2 - 3)$; (3 б)
2. $y' + 4 \operatorname{tg}(2x)y = \sin(4x)$; (3 б)
3. $(3x^2y - 5xy^2 + 6y)dx + (x^3 - 5x^2y + 6x)dy = 0$; (3 б)
4. $xdy + (2y + \sin(2x)\sqrt{y})dx = 0$; (5 б)
5. $y = (xy' + 2y)^2$. (5 б)

Вариант № 5

I. Является ли функция $y(x) = -\sqrt{3}x - \pi/3$ решением уравнения $y' = \operatorname{tg}(2x + y)$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = -4xy\sqrt{y^2 - 1} \ln(x^2 - 1)$; (3 б)
2. $x^2y' - 3xy = 4x^7 e^{-2x}$; (3 б)
3. $(2xy^2 + 5y^2 + 9y)dx + (2x^2y + 10xy + 9x)dy = 0$; (3 б)
4. $(1 - x^2)y' - 2x^3y^2 = 2xy$; (5 б)
5. $(2x - y \sin(y/x))dx + x \sin(y/x)dy = 0$. (5 б)

Вариант № 6

I. Является ли функция $y(x) = -2x - (1 + \sqrt{2})/2$ решением уравнения $y' = (4x + 2y + 1)^3$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = 2x(y^2 + 2y + 10) \sin(4 - x^2)$; (3 б)
2. $y' - 4 \operatorname{tg}(2x)y = 2 \sin(4x)$; (3 б)
3. $(6x^2y + 5x^2 + 4x)dx + (6x^2y + 4y^2 - 3)dy = 0$; (3 б)
4. $x dy + (2y + \sin(2x)\sqrt{y})dx = 0$; (5 б)
5. $(2x + y + 3)y' = 3x + 6y$. (5 б)

Вариант № 7

I. Является ли функция $y(x) = 3\pi/8 + (1 - x)/2$ решением уравнения $y' = \operatorname{ctg}(2x + 4y - 1)$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = (1 + \sqrt{y}) \operatorname{ch}(2x - 1)$; (3 б)
2. $y' - (2x + 1)y = x(x + 1)(2x + 1)$; (3 б)
3. $(3x^2y - 5xy^2 - 2y)dx + (x^3 - 5x^2y - 2x)dy = 0$; (3 б)
4. $y' = e^x x/y + y$; (5 б)
5. $(2x + y \sin(y/x))dx - x \sin(y/x)dy = 0$. (5 б)

Вариант № 8

I. Является ли функция $y(x) = x + \pi/2 - 1$ решением уравнения $y' = \sin(y - x + 1)$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = -x(2 + y) \ln(2 + y) \operatorname{ch}(3x)$; (3 б)
2. $y' + 5y = 3 \cos(3x)$; (3 б)
3. $(9x^2y + 5y^3 - 4)dx + (3x^3 + 15xy^2 - 3y^2)dy = 0$; (3 б)
4. $(2^{-x}y^2 + y)dx - xdy = 0$; (5 б)
5. $\sqrt{xy}' = \sqrt{x+y} - \sqrt{x}$. (5 б)

Вариант № 9

I. Является ли функция $y(x) = -2\sqrt{3}x + (\sqrt{3} - 1)/2$ решением уравнения $y' = \sin(4y - 8x + 2)$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = 4x\sqrt{3 - 2y - y^2} \sin(x) \cos(x)$; (3 б)
2. $y' + (2x + 1)y = x(x + 1)(2x + 1)$; (3 б)
3. $(6xy^2 - 5x^2 - 4x)dx + (6x^2y + 4y^2 - 3)dy = 0$; (3 б)
4. $y' + e^{-x}\sqrt[3]{y} = 3y$; (5 б)
5. $2xy' - y'^2 = 2y$. (5 б)

Вариант № 10

I. Является ли функция $y(x) = -2x + 3/2$ решением уравнения $y' = \sqrt{2y + 4x + 1}$? (1 б)

II. Решить уравнения:

1. $y' = 4xy\sqrt{y^2 - 1} \ln(x^2 + 1)$; (3 б)
2. $y' - 5y = 6 \cos(3x)$; (3 б)
3. $(7xy^2 + 3y^2 - 5y)dx + (7x^2y + 6xy - 5x)dy = 0$; (3 б)
4. $(1 - x^2)y' + 2x^3y^2 = 2xy$; (5 б)
5. $(2x + 3y - 4)dx + (4x + 6y + 5)dy = 0$. (5 б)

Контрольная работа №2. Тема: «Уравнения порядка выше первого. Системы дифференциальных уравнений»

Вариант № 1

Решить:

1. (4 б) $y'' - 4y' + 8y = xe^x$;
2. (5 б) $y'' + 2y' + y = \frac{(x+1)^2 e^{-x}}{x}$;
3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y + z \\ \dot{y} = x + 4y + z \\ \dot{z} = x + 3y + 2z \end{cases},$$
 $(\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 4)$;
4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = 6x + 3y + 4e^{-t} \\ \dot{y} = 4x + 2y + 1. \end{cases}$$

Вариант № 2

Решить:

1. (4 б) $y'' - 2y' + 5y = 2xe^x$;
2. (5 б) $y'' + 9y = \frac{1}{\sin(3x)}$;
3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 6y + 2z \\ \dot{y} = 2x + 7y + 2z \\ \dot{z} = 2x + 6y + 3z \end{cases},$$
 $(\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 5, \lambda_3 = 7)$;
4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y \\ \dot{y} = -x + y + 4 \sin(2t). \end{cases}$$

Вариант № 3

Решить:

1. (4 б) $y'' + 6y' + 13y = \sin x$;
2. (5 б) $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{1+e^{-x}}$;
3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 4y \\ \dot{y} = 2x + 5y + 2z \\ \dot{z} = 2x + 4y + 3z \end{cases},$$
 $(\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5)$;
4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y \\ \dot{y} = -3x + 4y + 3e^{2t}. \end{cases}$$

Вариант № 4

Решить:

1. (4 б) $y'' - 6y' + 9y = \operatorname{ch}(2x)$;

2. (5 б) $y'' - y = \frac{1}{1+e^{-x}}$;

3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2z \\ \dot{y} = 2x + y \\ \dot{z} = -x + z \end{cases},$$

($\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 3$);

4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 5y + 1 \\ \dot{y} = -x + y + \cos t. \end{cases}$$

Вариант № 5

Решить:

1. (4 б) $y'' + 2y' = xe^x$;

2. (5 б) $y'' + y = 2 \operatorname{ctg} x$;

3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = z \\ \dot{y} = 2x + 4y + 2z \\ \dot{z} = -x - 2y - 2z \end{cases},$$

($\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 3$);

4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x + 2y + 2e^{-3t}. \end{cases}$$

Вариант № 6

Решить:

1. (4 б) $y'' + 2y' + 5y = \sin(2x)$;

2. (5 б) $y'' + 4y = \frac{4}{\cos(2x)}$;

3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = y + z \end{cases},$$

($\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 2$);

4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + y + \cos(4t) \\ \dot{y} = -3x + 2y + 2. \end{cases}$$

Вариант № 7

Решить:

1. (4 б) $y'' - 6y' + 13y = \cos(5x)$;

2. (5 б) $y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{2+e^x}$;

3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 4z \\ \dot{y} = -y + z \\ \dot{z} = x + 2y - 2z \end{cases},$$

($\lambda_1 = -4, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 1$);

4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 2y + 4e^{-2t} \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$$

Вариант № 8

Решить:

1. (4 б) $y'' + 4y' + 4y = \sin(2x)$;

2. (5 б) $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2+e^{-x}}$;

3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + z \\ \dot{y} = -x + y + 3z \\ \dot{z} = 2z \end{cases},$$

($\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 2$);

4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y + 2t \\ \dot{y} = -4x + 2y + t^2. \end{cases}$$

Вариант № 9

Решить:

1. (4 б) $y'' - 3y' = xe^{6x}$;

2. (5 б) $y'' + y = \frac{4}{\sin(2x)}$;

3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = 3x - y + 3z \\ \dot{z} = 3x - 2y + 4z \end{cases},$$

($\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$);

4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 12y \\ \dot{y} = x + 2y + 8e^{4t}. \end{cases}$$

Вариант № 10

Решить:

1. (4 б) $y'' - 6y' + 10y = xe^{3x}$;

2. (5 б) $y'' - 4y = \frac{4e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$;

3. (5 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = -y + z \\ \dot{y} = 2x - 3y + 2z \\ \dot{z} = 5x - y \end{cases},$$
$$(\lambda_1 = -3, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 1);$$

4. (6 б)
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y + 4 \sin(2t) \\ \dot{y} = 2x - y. \end{cases}$$

Индивидуальное домашнее задание

Вариант 1

I. Уравнения с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$y' = (1 + \sin(y))x \cos(2x).$$

II. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(x + 3y - 4)dx + (x + 3y + 6)dy = 0.$$

III. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.

Решить уравнение

$$(x - y + 1)dx - (x + y + 1)dy = 0.$$

IV. Линейные уравнения первого порядка.

Решить уравнение

$$y' + 3x^2y = 6x^5.$$

V. Уравнения в полных дифференциалах.

Решить уравнение

$$(3x^2y - 4xy + 3)dx + (x^3 - 2x^2 + 9y)dy = 0.$$

VI. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$y' = 6y + 5x + 7, \quad y(0) = 3.$$

VII. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Решить уравнение

$$y'' + 8y' = 2(x - 2)^2 + (5 - 4x)e^{3x}.$$

VIII. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y'' + 6y' + 18y = 2x^2 + 5x + 7, \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -1. \end{cases}$$

IX. Решение краевых задач.

Решить краевую задачу

$$\begin{cases} 9y'' - 30y' + 25y = -3e^{\frac{5}{3}x} \cos(4x), \\ 3y'(0) - 5y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0. \end{cases}$$

X. Построение функции Грина для краевых задач.

Для краевой задачи

$$\begin{cases} 9y'' - 30y' + 25y = f(x), \\ 3y'(0) - 5y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0 \end{cases}$$

построить функцию Грина.

XI. Решение задач на собственные значения.

Решить задачу на собственные значения

$$\begin{cases} 9y'' - 30y' + 25y = \lambda y, \\ 3y'(0) - 5y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0. \end{cases}$$

XII. Однородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax, \quad x = x(t),$$

с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -6 & 7 & 6 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

XIII. Неоднородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + b(t),$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos(2t) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

XIV. Устойчивость решений.

Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - \sqrt{x - y}, \\ \dot{y} = x^2 + y + 1. \end{cases}$$

XV. Уравнения с частными производными первого порядка.

Решить уравнение

$$(3x + 2y) \frac{\partial u}{\partial x} - (6x - 7y) \frac{\partial u}{\partial y} + 2(x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Вариант 2

I. Уравнения с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(1 + e^y)^2 dx - \sqrt{4 - x^2} dy = 0.$$

II. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(x + 4y + 3)dx - (2x + 8y + 3)dy = 0.$$

III. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.

Решить уравнение

$$(2x + y + 1)dx + (x + 2y + 1)dy = 0.$$

IV. Линейные уравнения первого порядка.

Решить уравнение

$$y' + 6 \operatorname{ctg}(3x)y = 6(x + 1).$$

V. Уравнения в полных дифференциалах.

Решить уравнение

$$(7xy^2 - 3y^2 + 5y)dx + (7x^2y - 6xy + 5x)dy = 0.$$

VI. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$y' = -5y + 3x - 8, \quad y(0) = 0.$$

VII. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Решить уравнение

$$y'' + 10y' + 21y = (5x - 3)e^{-3x} + 4xe^{3x}.$$

VIII. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 2y'' + 10y' + 13y = 2x^2 - 3x + 4, \\ y(0) = -2, \quad y'(0) = 3. \end{cases}$$

IX. Решение краевых задач.

Решить краевую задачу

$$\begin{cases} 16y'' - 40y' + 25y = -8e^{\frac{5}{4}x} \sin(5x), \\ 5y'(0) - 4y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0. \end{cases}$$

X. Построение функции Грина для краевых задач.

Для краевой задачи

$$\begin{cases} 16y'' - 40y' + 25y = f(x), \\ 5y'(0) - 4y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0 \end{cases}$$

построить функцию Грина.

XI. Решение задач на собственные значения.

Решить задачу на собственные значения

$$\begin{cases} 16y'' - 40y' + 25y = \lambda y, \\ 5y'(0) - 4y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0. \end{cases}$$

XII. Однородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax, \quad x = x(t),$$

с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

XIII. Неоднородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + b(t),$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 4 \\ 2t \end{pmatrix}.$$

XIV. Устойчивость решений.

Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2xy - 4y, \\ \dot{y} = 4y - x^2. \end{cases}$$

XV. Уравнения с частными производными первого порядка.

Решить уравнение

$$(x - 3) \frac{\partial u}{\partial x} + (y + 2) \frac{\partial u}{\partial y} = x - y + 4.$$

Вариант 3

I. Уравнения с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$\operatorname{arctg}(\sqrt{x})y dx + (y^2 + 1) \ln(y) dy = 0.$$

II. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(3x - y - 7) dx - (9x - 3y + 1) dy = 0.$$

III. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.

Решить уравнение

$$(x + 2y + 1)dx + (2x - 6)dy = 0.$$

IV. Линейные уравнения первого порядка.

Решить уравнение

$$x^3 y' - x^2 y = 9x^5 \sin(3x).$$

V. Уравнения в полных дифференциалах.

Решить уравнение

$$(2y^3 + 6x^2 - 7y^2)dx + (6xy^2 - 14xy + y^2)dy = 0.$$

VI. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$y' = 4y + 3x + 2, \quad y(0) = 2.$$

VII. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Решить уравнение

$$y'' + 6y' + 5y = (4x - 1)e^{-x} - 3xe^{-4x}.$$

VIII. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 13y = x^2 + 3x + 2, \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 4. \end{cases}$$

IX. Решение краевых задач.

Решить краевую задачу

$$\begin{cases} 4y'' + 20y' + 25y = -8e^{-\frac{5}{2}x} \sin(3x), \\ y'(0) = 0, \quad 2y'(\pi) + 5y(\pi) = 0. \end{cases}$$

X. Построение функции Грина для краевых задач.

Для краевой задачи

$$\begin{cases} 4y'' + 20y' + 25y = f(x), \\ y'(0) = 0, \quad 2y'(\pi) + 5y(\pi) = 0 \end{cases}$$

построить функцию Грина.

XI. Решение задач на собственные значения.

Решить задачу на собственные значения

$$\begin{cases} 4y'' + 20y' + 25y = \lambda y, \\ y'(0) = 0, \quad 2y'(\pi) + 5y(\pi) = 0. \end{cases}$$

XII. Однородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax, \quad x = x(t),$$

с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -4 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

XIII. Неоднородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + b(t),$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 2e^t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

XIV. Устойчивость решений.

Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - x - y^2, \\ \dot{y} = 4y(x - y). \end{cases}$$

XV. Уравнения с частными производными первого порядка.

Решить уравнение

$$(y - 1) \frac{\partial u}{\partial x} + (x + 2) \frac{\partial u}{\partial y} = y - x - 1.$$

Вариант 4

I. Уравнения с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$y' = y(y + 2)^2 \operatorname{arctg}(\sqrt{x}).$$

II. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.

Решить уравнение

$$(x - y + 1)dx - (2x - 2y + 1)dy = 0.$$

III. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.

Решить уравнение

$$(2x - y + 1)dx - (x + 1)dy = 0.$$

IV. Линейные уравнения первого порядка.

Решить уравнение

$$x^2 y' + xy = (x + 1) \ln(x).$$

V. Уравнения в полных дифференциалах.

Решить уравнение

$$(4x^3 - 3x + 7y)dx + (9y^3 + 7x - 6y)dy = 0.$$

VI. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$y' = -8y - 3x + 1, \quad y(0) = 2.$$

VII. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Решить уравнение

$$y'' - 12y' + 32y = (x - 3)e^{4x} + (3x + 5)e^{-x}.$$

VIII. Решение задачи Коши.

Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y'' - 8y' + 25y = 4x^2 - 3x + 1, \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

IX. Решение краевых задач.

Решить краевую задачу

$$\begin{cases} 16y'' + 24y' + 9y = 4 \sin(6x) - 6 \cos(4x), \\ y'(0) - y(0) = 0, \quad 4y'(\pi) + 3y(\pi) = 0. \end{cases}$$

X. Построение функции Грина для краевых задач.

Для краевой задачи

$$\begin{cases} 16y'' + 24y' + 9y = f(x), \\ y'(0) - y(0) = 0, \quad 4y'(\pi) + 3y(\pi) = 0 \end{cases}$$

построить функцию Грина.

XI. Решение задач на собственные значения.

Решить задачу на собственные значения

$$\begin{cases} 16y'' + 24y' + 9y = \lambda y \\ y'(0) - y(0) = 0, \quad 4y'(\pi) + 3y(\pi) = 0. \end{cases}$$

XII. Однородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax, \quad x = x(t),$$

с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

XIII. Неоднородные линейные системы.

Решить систему уравнений

$$\dot{x} = Ax + b(t),$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) \\ 1 \end{pmatrix}.$$

XIV. Устойчивость решений.

Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 4, \\ \dot{y} = -x^2 + 4y^2. \end{cases}$$

XV. Уравнения с частными производными первого порядка.

Решить уравнение

$$(3y - z) \frac{\partial u}{\partial x} + (y + 2z) \frac{\partial u}{\partial y} + (y - 2z) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Критерии оценивания результатов по теме № 1:

Решенные задачи в каждом варианте суммарно оцениваются в 20 баллов: задание I — 1 балл; задания II.1-II.3 — 3 балла за каждое; задания II.4 и II.5 — 5 баллов за каждое.

Контрольная работа считается выполненной при условии, что студент набрал в сумме 12 и более баллов. При своевременном выполнении работы добавляется 1 балл за активность.

Критерии оценивания результатов по теме № 2:

Решенные задачи в каждом варианте суммарно оцениваются в 20 баллов: задание 1 — 4 балла; задания 2 и 3 — 5 баллов за каждое; задание 4 — 6 баллов.

Контрольная работа считается выполненной при условии, что студент набрал в сумме 12 и более баллов. При своевременном выполнении работы добавляется 1 балл за активность.

Критерии оценивания результатов индивидуального домашнего задания:

Успешно выполненное и полностью защищенное индивидуальное домашнее задание оценивается 15 баллами. К защите принимается ИДЗ при условии, что все его задания выполнены. В ходе защиты студенту предлагается объяснить (или решить упрощенные аналогичные) 3 задания из различных разделов курса, каждое из которых оценивается в 5 баллов.

Индивидуальное домашнее задание считается защищенным при условии, что студент при его защите набрал в сумме 9 баллов и более.